Travaux dirigés 10 :

Exercice 1 : La trompette

Une trompette est un instrument à vent de la famille des cuivres. Le son y est produit par la vibration des lèvres du trompettiste au niveau de l'embouchure, qui génère une onde acoustique au sein de l'instrument. La trompette peut être modélisée comme un tuyau sonore rectiligne de longueur totale L = 1,40 m, fermé au niveau de l'embouchure et ouvert au niveau du pavillon. On introduit un axe x tel que l'embouchure se trouve en x = 0 et le pavillon en x = L.



1. On modélise l'onde de pression $P_i(x,t)$ générée par le trompettiste par une onde progressive harmonique d'amplitude P_0, de pulsation ω, et de phase initiale ϕ_i. Écrire son expression mathématique.
2. Lorsqu'elle atteint le pavillon, cette onde se réfléchit en conservant la même amplitude, mais avec un déphasage éventuel. Écrire son expression mathématique, en notant ϕ_r la phase initiale de l'onde réfléchie.
3. Écrire l'expression de l'onde totale dans la trompette sous la forme :

$$P_{tot}\ \ x,t\ = 2A\cos\ \omega t + \phi_+\ \ \cos\ \ kx + \phi_-$$

en exprimant A, ϕ_+ et ϕ_- en fonction des paramètres déjà introduits. Comment s'appelle une telle onde ?

Les notes jouables à la trompette correspondent aux modes propres du tuyau sonore. Les conditions aux limites (tuyau fermé-ouvert) imposent un ventre de pression au niveau de l'embouchure (x = 0) et un nœud au niveau du pavillon (x = L).

En s'appuyant sur une représentation graphique de l'onde, montrer que les longueurs d'onde λ_n des modes propres sont telles que

$$L = \frac{\lambda_n}{4} + n\frac{\lambda_n}{2}$$

4. En déduire la fréquence fondamentale (n = 0) de la trompette.

On se propose de retrouver le résultat précédent par le calcul.

5. En utilisant la condition aux limites à l'embouchure, montrer que $\phi_- = 0$ convient.
6. Déduire de la seconde condition aux limites que :

$$k_n L = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

7. Retrouver enfin la condition sur la longueur d'onde.

Exercice 2 : Instrument mystère

Trois harmoniques successives d'un tuyau d'orgue sont : 1310, 1834 et 2358 Hz.

1. Le tuyau est-il ouvert-ouvert ou ouvert-fermé aux bouts ?
2. Quelle est sa longueur effective ?